**Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraşul Sinaia**
Calea Bucureşti nr. 40
Tel./Fax: 0244311931
cmcsinaiaa@gmail.com

**Şcoala Gimnazială „George Enescu”, oraşul Sinaia**
Bulevardul Carol I, nr. 36, Sinaia, Prahova
Tel: 0344806155
https://www.scoalageorgeenescu.ro/
scoalageorgeenescusinaia@gmail.com

**Concursul „Matematica dincolo de manual”**
**Ediţia a V-a – 05.04.2025**
**Clasa a II-a**

**1.** Se dă numărul **24**. Află valoarea fiecărei figuri geometrice, apoi calculează suma.





**= sfertul numărului dat**



**= treimea numărului dat**



**= dublul sumei cifrelor numărului dat**

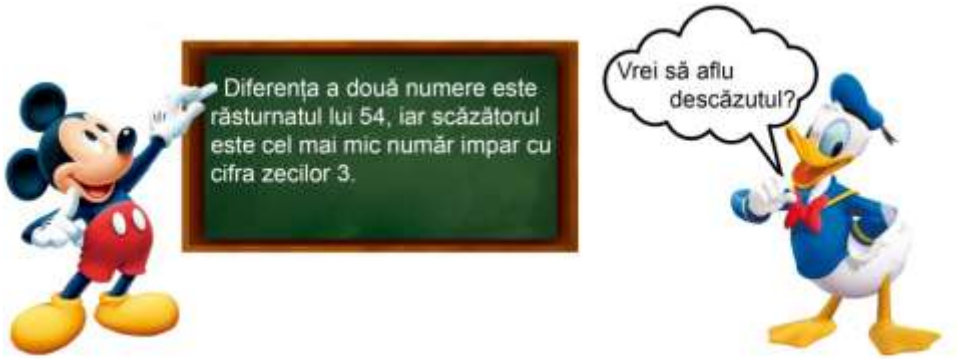


**= produsul cifrelor numărului dat**

**(20 puncte)**

Prof. înv. primar Floştoiu Mihaela, Şcoala Primară “Principesa Maria”, Sinaia

**2.** Mickey şi Donald s-au întrecut în rezolvarea de exerciţii şi probleme. Primul exerciţiu este dat de Mickey:




** * * Gazeta Matematică Junior*

**(20 puncte)**

**3.** Mă gândesc la un număr, îl adun cu încincitul lui 6, apoi scad din rezultat produsul numărului 7 şi 8. Obţin întreitul lui 3. La ce număr m-am gândit?

**(25 puncte)**

Prof. înv. primar Ghiţă Cristina, Şcoala Gimnazială “George Enescu”, Sinaia

**4.** La Festivalul Toamnei din Sinaia s-au cumpărat pentru copii 139 de baloane roșii, cu 13 mai puține baloane galbene și 112 baloane albastre. Atunci când s-au umflat, s-au spart 27 de baloane roșii și 14 baloane galbene.

Câte baloane au fost oferite copiilor?

**(25 puncte)**

Prof. înv. primar Floştoiu Mihaela, Şcoala Primară “Principesa Maria”, Sinaia

**Succes!**

Notă: Timp de lucru – 90 minute. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

**Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraşul Sinaia**
Calea Bucureşti nr. 40
Tel./Fax: 0244311931
cmcsinaiaa@gmail.com

**Şcoala Gimnazială „George Enescu”, oraşul Sinaia**
Bulevardul Carol I, nr. 36, Sinaia, Prahova
Tel: 0344806155
https://www.scoalageorgeenescu.ro/
scoalageorgeenescusinaia@gmail.com

**Concursul „Matematica dincolo de manual”**
**Ediţia a V-a – 05.04.2025**
**Clasa a III-a**

**1.** Cu cât este mai mic predecesorul numărului 3999, decât suma dintre cel mai mare număr par format din 4 cifre pare, cu suma cifrelor 10 și cel mai mic număr impar, format din 3 cifre diferite?

**(17 puncte)**

Prof. înv. primar Popa Simona, Şcoala Primară “Principesa Maria”, Sinaia

2. Fiecărui enunţ îi corespunde un număr. Rezolvă, apoi ordonează descrescător rezultatele pentru a descoperi numele unei cărţi pe care ţi-o recomand s-o citeşti în clasa a III-a.

- Numărul cu 1309 mai mare decât diferenţa numerelor 8907 şi 3098
- Numărul cu 4674 mai mare decât 4618.
- Numărul care este cu 3000 mai mic decât 4098.
- Suma numerelor 5437 şi 2342.
- Un număr de şapte ori mai mare decât 8.
- Suma dintre 3427 şi dublul lui 9.
- Sfertul diferenţei numerelor 5705 şi 5673.

T
M
L
A
D
I
A

**(25 puncte)**

** * * Gazeta Matematică Junior, Nr.59, 2016, VI.3.41*

3. În staţiunea Sinaia, cea mai frumoasă staţiune de pe Valea Prahovei, au sosit în anul 2024, în lunile de vară, un număr de copii, astfel:

- în luna mai 1229 copii;
- în iunie cu 98 mai mulţi decât în luna mai;
- în iulie cu 913 mai mulţi decât în lunile mai şi iunie la un loc;
- în august cu 578 mai mulţi decât în iulie.

Câţi copii au vizitat staţiunea în lunile de vară?

**(18 puncte)**

Prof. înv. primar Ivănică – Nedelcu Otilia, Şcoala Gimnazială “George Enescu”, Sinaia

4. Pentru atelierul de creaţie al Festivalul „Sinaia Forever” s-au achiziţionat pensule, tablouri de pânză şi acuarele. Ştiind că o pensulă şi un tablou de pânză costa 28 de lei, un tablou de pânză şi o cutie de acuarele costa 35 de lei, iar o pensula şi o cutie de acuarele costa 23 lei, să se afle cât costă fiecare.

**(30 puncte)**

Prof. înv. primar Ivănică – Nedelcu Otilia, Şcoala Gimnazială “George Enescu”, Sinaia

**Succes!**

Notă: Timp de lucru – 90 minute. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

**Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraşul Sinaia**
Calea Bucureşti nr. 40
Tel./Fax: 0244311931
cmcsinaiaa@gmail.com

**Şcoala Gimnazială „George Enescu”, oraşul Sinaia**
Bulevardul Carol I, nr. 36, Sinaia, Prahova
Tel: 0344806155
https://www.scoalageorgeenescu.ro/
scoalageorgeenescusinaia@gmail.com

**Concursul „Matematica dincolo de manual”**
**Ediţia a V-a – 05.04.2025**
**Clasa a IV-a**

**1.** Ana, Maria şi Ioana au împreună 53 de ani. Ştiind că Ana are 15 ani, Maria are vârsta egală cu termenul necunoscut din exerciţiul de mai jos, află vârsta Ioanei.
5 x [326 + a x (36: 6)] +845 =2985

**(12 puncte)**

Prof. înv. primar Ioniţă Adina, Şcoala Gimnazială “George Enescu”, Sinaia

**2.** Ionel a citit o carte în 5 zile. În prima zi a citit o cincime din carte, a doua zi o treime din rest, a treia zi o pătrime din ce a rămas, a patra zi două treimi din rest, iar în a cincea zi restul de 12 pagini. Câte pagini are cartea citită de Ionel?

**(22 puncte)**

Prof. înv. primar Popa Simona, Şcoala Primară “Principesa Maria”, Sinaia

**3.** Instructorul unei tabere propune elevilor pentru drumeţie următorul traseu: Tabără – Cabana Caraiman – Cabana Babele – Cabana Vârful cu Dor – Cabana Peştera Ialomiţei – Cabana Piatra Arsă – Cabana Poiana Izvoarelor – Tabără.

Ştiind că elevii se deplasează constant cu 3 km pe oră şi că în fiecare zi ei au vizitat câte 2 cabane, află care este traseul total parcurs de elevi şi ce distanţă au mers în fiecare zi.




** * * Gazeta Matematică Junior, Nr.59, 2016, VI.4.38*

**(16 puncte)**

**4.** Pentru atelierul de creaţie al Festivalul „Sinaia Forever” s-au achiziţionat pensule, tablouri de pânză şi acuarele, plătind 280 lei. Valoarea cutiilor de acuarele reprezintă dublul sumei plătite pentru pensule şi jumătate din valoarea tablourilor de pânză. Ştiind că o pensulă şi un tablou de pânză costă 85 de lei, un tablou de pânză şi o cutie de acuarele costă 88 de lei, iar o pensulă şi o cutie de acuarele costă 13 lei, să se afle câte obiecte din fiecare fel s-au cumpărat.

**(40 puncte)**

Prof. înv. primar Guzu Camelia, Şcoala Gimnazială “George Enescu”, Sinaia

**Succes!**

Notă: Timp de lucru – 90 minute. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

**Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraşul Sinaia**
Calea Bucureşti nr. 40
Tel./Fax: 0244311931
cmcsinaiaa@gmail.com

**Şcoala Gimnazială „George Enescu”, oraşul Sinaia**
Bulevardul Carol I, nr. 36, Sinaia, Prahova
Tel: 0344806155
https://www.scoalageorgeenescu.ro/
scoalageorgeenescusinaia@gmail.com

**Concursul ,,Matematica dincolo de manual”**
**Ediția a V- a – 05 aprilie 2025**
**Clasa a V- a**

1. Care dintre numerele $124^{100}$ și $26^{150}$ este mai mare?

Prof. Adrian P. Ghioca -enunț parțial

2. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația:

$(x+1) + (x+2) + (x+3) + \ldots\ldots + (x+1999) = 1999^2 + 1999$

***

3. Pătratul unui număr natural N de două cifre, scris în baza 10, este de forma $N^2 = \overline{a(a+b)b}$, unde a, a + b, b sunt cifre, iar $a \neq 0$.

1. Arătați că a = b și *a* este pătratul unui număr natural.
2. Găsiți toate numerele N cu proprietatea din enunț.

Prof. Adrian P. Ghioca – E: 6101 din G.M.B. nr. 1/1978.

4. Fie m = $\overline{ab}$ și p = $\overline{cd}$ două numere naturale, de câte două cifre, scrise în baza 10. Să se determine aceste numere știind că $m^2 = p^3$.

Prof. Adrian P. Ghioca

Notă

1. Timp de lucru 120 de minute.
2. Fiecare subiecte este notat cu 7 puncte.

**Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraşul Sinaia**
Calea Bucureşti nr. 40
Tel./Fax: 0244311931
cmcsinaiaa@gmail.com

**Şcoala Gimnazială „George Enescu”, oraşul Sinaia**
Bulevardul Carol I, nr. 36, Sinaia, Prahova
Tel: 0344806155
https://www.scoalageorgeenescu.ro/
scoalageorgeenescusinaia@gmail.com

**Concursul ,,Matematica dincolo de manual”**
**Ediția a V- a – 05 aprilie 2025**
**Clasa a VI- a**

1. Fie mulțimea $G \subset \mathbb{N}$, cu următoarele proprietăți:

   a) $6 \in G$;

   b) dacă $x \in G \Rightarrow 6x + 3 \in G$;

   c) dacă $5x + 4 \in G \Rightarrow x \in G$.

Arătați că $7 \in G$ și $1969 \in G$.

Victor Ducu-Ghioca, student, Sinaia

2. Să se arate că pentru orice număr natural $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$, numărul

A = $\frac{36^n \cdot 5^{n+1} \cdot 7 - 2^{2n+1} \cdot 3^{2n+1} \cdot 5^n}{6^n \cdot 5^{n-1} \cdot 19 + 2^{n+1} \cdot 15^n}$ este număr natural.

G.M.B. nr. 5- 6/1988

3. Să se determine numerele naturale *n* pentru care avem: $\frac{3}{20} < \frac{2}{n^2} < \frac{3}{10}$.

G.M.B. nr. 1/1984

4. Fie O centrul cercului circumscris unui triunghi ABC. Câte grade are unghiul $\sphericalangle BOC$ dacă în triunghiul ABC înălțimile duse din vârfurile B și C se intersectează în O?

G.M.B. nr. 6/1989

NOTĂ

1. Timp de lucru 120 de minute.
2. Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

**Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraşul Sinaia**
Calea Bucureşti nr. 40
Tel./Fax: 0244311931
cmcsinaiaa@gmail.com

**Şcoala Gimnazială „George Enescu”, oraşul Sinaia**
Bulevardul Carol I, nr. 36, Sinaia, Prahova
Tel: 0344806155
https://www.scoalageorgeenescu.ro/
scoalageorgeenescusinaia@gmail.com

**Concursul „Matematica dincolo de manual”**
**Ediția a V- a – 05 aprilie 2025**
**Clasa a VII- a**

1.a) Arătați că există $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $(10 - x)\cdot n - 2\cdot|10 - x| = 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{N}$, $x \leq 10$.

b) Pentru $x \in \mathbb{N}$, $x \leq 10$, arătați că există zece numere $x_1, x_2, \ldots, x_{10} \in \mathbb{N}$, astfel încât

$$x = (x_1 + x_2 + \ldots\ldots + x_{10}) - x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots\ldots \cdot x_{10}.$$

Prof. Adrian P. Ghioca, Olimpiada locală 2003

2. Fie $E_1 = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2+\sqrt{5})^2}$ și

$E_2 = \sqrt{450} + \sqrt{300} + \sqrt{180}$

a) Demonstrați că $E_1 = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$.

b) Dovediți că $E_1 \cdot E_2 > 270$.

Prof. Adrian P. Ghioca

3. Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația:

$$(x\sqrt{3} + 10)\left(\left|\frac{x}{4}\right| - 3\right)(|x| + 4) = 0$$

***

4. Determinați măsurile unghiurilor triunghiurilor isoscele în care o latură este dublul înălțimii corespunzătoare.

Prof. Adrian P. Ghioca – E:8248 din G.M.B. nr. 3/1984

Notă

1. Timp de lucru 120 de minute.
2. Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

**Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraşul Sinaia**
Calea Bucureşti nr. 40
Tel./Fax: 0244311931
cmcsinaiaa@gmail.com

**Şcoala Gimnazială „George Enescu”, oraşul Sinaia**
Bulevardul Carol I, nr. 36, Sinaia, Prahova
Tel: 0344806155
https://www.scoalageorgeenescu.ro/
scoalageorgeenescusinaia@gmail.com

**Concursul „Matematica dincolo de manual”**
**Ediția a V- a – 05 aprilie 2025**
**Clasa a VIII- a**

1. Fie $E_1 = \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{9+4\sqrt{5}}$ și $E_2 = \sqrt{450} + \sqrt{300} + \sqrt{180}$.

a) Demonstrați că $E_1 = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$.

b) Dovediți că $E_1 \cdot E_2 \neq 270$.

Prof. Adrian P. Ghioca

2. a) Arătați că $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$, oricare ar fi numerele reale a și b.

b) Să se arate că numărul $(2k + 1)^3 - (2k - 1)^3$, $k \in \mathbb{Z}$ este suma a trei pătrate perfecte.

Enunț parțial și modificat - Prof. Adrian P. Ghioca

3. Dacă x, y, z sunt trei numere oarecare din intervalul $[1, \infty)$, să se determine valorile lui m astfel încât valoarea numerică a expresiei $E(x, y, z, m) = xyz - xy - yz - zx + x + y + z - m$ să fie un număr tot în intervalul $[1, \infty)$.

Prof. Adrian P. Ghioca E:6580 din G.M.B nr.6/1979

4. Fie A, B, C, D patru puncte distincte necoplanare. Dacă $AB \perp (BCD)$, $BE \perp AC$, $E \in (AC)$, $BF \perp AD$, $F \in (AD)$, demonstrați că $AF \perp (FBE)$ dacă și numai dacă $BC \perp CD$.

Prof. Adrian P. Ghioca - E:11742, G.M. nr. 3/1999, pag 134

NOTĂ

1. Timp de lucru 120 de minute.
2. Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

**Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraşul Sinaia**
Calea Bucureşti nr. 40
Tel./Fax: 0244311931
cmcsinaiaa@gmail.com

**Şcoala Gimnazială „George Enescu”, oraşul Sinaia**
Bulevardul Carol I, nr. 36, Sinaia, Prahova
Tel: 0344806155
https://www.scoalageorgeenescu.ro/
scoalageorgeenescusinaia@gmail.com

**Concursul „Matematica dincolo de manual”**
**Ediția a V- a – 05 aprilie 2025**
**Clasa a IX- a**

1. Fie ecuația $\left[\frac{x+a}{2}\right] = \frac{x+1}{3}$, $a \in \mathbb{R}$.

a) Să se rezolve ecuația pentru a = 1.

b) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ știind că mulțimea soluțiilor este S = $\{-1, 2\}$.

prof. Adrian P. Ghioca, enunț parțial, Olimpiada locală 2000

2. Demonstrați că oricare ar fi numerele reale a și b există relația

$$2 \cdot |(a-b)(1+ab)| \leq (1+a^2)(1+b^2).$$

prof. Adrian P. Ghioca, enunț parțial

3. Să se determine o condiție necesară și suficientă pe care trebuie să o îndeplinească numerele reale a și b ($a \neq 0$) astfel încât mulțimea soluțiilor ecuației

$$ax^2 + b|x| + a^2 - b^2 = 0,\ x \in \mathbb{R}$$ să aibă un singur element.

Prof. Adrian P. Ghioca

4. Considerăm în plan punctele distincte $A_1, A_2, \ldots, A_9$ și fie $G_i$, $i = \overline{1,9}$ respectiv centrele de greutate ale triunghiurilor $A_1A_2A_3, A_2A_3A_4, \ldots, A_8A_9A_1, A_9A_1A_2$. Arătați că triunghiurile $G_1G_4G_7, G_2G_5G_8, G_3G_6G_9$ au același centru de greutate.

Victor Ducu-Ghioca, student, Sinaia

Notă

1. Timp de lucru 120 de minute.
2. Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

**Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraşul Sinaia**
Calea Bucureşti nr. 40
Tel./Fax: 0244311931
cmcsinaiaa@gmail.com

**Şcoala Gimnazială „George Enescu”, oraşul Sinaia**
Bulevardul Carol I, nr. 36, Sinaia, Prahova
Tel: 0344806155
https://www.scoalageorgeenescu.ro/
scoalageorgeenescusinaia@gmail.com

**Concursul „Matematica dincolo de manual”**
**Ediția a V- a – 05 aprilie 2025**
**Clasa a X- a**

1. Fie $f(z) = z^2 + a\,|z| + b$, $z \in \mathbb{C}$. Să se determine *a* și *b* astfel încât $f(1) = f(2) = 0$ și apoi să se afle toate valorile lui z pentru care $f(z) = 0$.

Prof. Adrian P. Ghioca, E: 18369 din G.M.B.

2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - (1 + \sin\alpha + \cos\alpha)x + \sin\alpha$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$

a) Transformați în produs $f(\sin \alpha)$.

b) Demonstrați că ecuația $f(x) = 0$ are rădăcini reale distincte.

Prof. Adrian P. Ghioca

3. Să se rezolve inecuația $\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(1 + cosx)} \cdot \log_2(1 + sinx) < 0$ , $x \in [0, 2\pi]$.

Prof. Adrian P. Ghioca

4. Fie numerele $n_1 = \overline{abcabc}$ și $n_2 = \overline{d00d}$, unde a, b, c, d sunt cifre și $a \neq 0$, $d \neq 0$.

a) Dovediți că $\sqrt{n_1}$ nu poate fi număr natural.

b) Determinați toate numerele $n_1$ și $n_2$ astfel încât $\sqrt{n_1 + n_2}$ să fie număr natural.

Prof. Adrian P. Ghioca (enunț parțial)

NOTĂ

1. Timp de lucru 120 de minute.
2. Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

**Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraşul Sinaia**
Calea Bucureşti nr. 40
Tel./Fax: 0244311931
cmcsinaiaa@gmail.com

**Şcoala Gimnazială „George Enescu”, oraşul Sinaia**
Bulevardul Carol I, nr. 36, Sinaia, Prahova
Tel: 0344806155
https://www.scoalageorgeenescu.ro/
scoalageorgeenescusinaia@gmail.com

**Concursul ,,Matematica dincolo de manual”**
**Ediția a V- a – 05 aprilie 2025**
**Clasa a XI- a**

1. Aflați $x \in \mathbb{R}$ pentru care determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} e^{2x^2} & e^{2} & e^{-x} \\ e^{2} & e^{2x} & e^{-x^2} \\ e^{-x} & e^{-x^2} & e^{-4} \end{vmatrix} \leq 0.$

***

2. Fie mulțimea $M = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid X^2 - X - 6I_2 = O_2\}$.

Demonstrați că, dacă A $\in$ M atunci matricea A este inversabilă și $A^{-1} = \frac{1}{6}(A - I_2)$.

***

3. Să se studieze convergența șirului $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ știind că $x_1 = 0, x_2 = 1$ și $2x_{n-2} = x_n - x_{n-1}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

***

4.Calculați limita L = $\lim_{x\to\infty}(a\sqrt{x+1} + b\sqrt{4x+1} + c\sqrt{9x+1})$.

***

Notă

1. Timp de lucru 120 de minute.
2. Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

**Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraşul Sinaia**
Calea Bucureşti nr. 40
Tel./Fax: 0244311931
cmcsinaiaa@gmail.com

**Şcoala Gimnazială „George Enescu”, oraşul Sinaia**
Bulevardul Carol I, nr. 36, Sinaia, Prahova
Tel: 0344806155
https://www.scoalageorgeenescu.ro/
scoalageorgeenescusinaia@gmail.com

**Concursul ,,Matematica dincolo de manual”**
**Ediția a V-a – 05 aprilie 2025**
**Clasa a XII- a**

1. Fie $G = \left\{ A(x,y) = \begin{pmatrix} x + sin\alpha \cdot y & (cos\alpha - \sqrt{2}) \cdot y \\ (cos\alpha + \sqrt{2}) \cdot y & x - sin\alpha \cdot y \end{pmatrix} | x, y, \alpha \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \neq 0 \right\}$

Demonstrați că (G, ·) este grup .

Prof. Adrian P. Ghioca – enunț modificat

2. Fie $a > 1$. Pe mulțimea M = [0, ∞) se definește legea de compoziție $x*y = \log_a(a^x + a^y - 1)$.
Să se arate că (M,∗) este monoid comutativ.

***

3. Fie f: (2, ∞) → ℝ, $f(x) = [\log_{[x]} x]$. Aflați primitiva F: (2, ∞) → ℝ a funcției f, știind că F(-1) = 0 (am notat [t] partea întreagă a numărului t).

Prof. Adrian P. Ghioca

4. Fie funcția $f: [0,1] \to \mathbb{R}$ continuă astfel încât $\int_0^1 f(t)dt = 0$. Dovediți că există $c \in (0,1)$ astfel încât $\int_c^1 f(t)dt = f(c) \cdot ctg(c)$.

Victor Ducu-Ghioca, student, Sinaia

Notă

1. Timp de lucru 120 de minute.
2. Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.